Evaluation de mathématiques

RAPPEL : dérivées des fonctions usuelles

fonction :	$f(x) = k$ (constante)	$f(x) = ax + b$	$f(x) = x^n$	$f(x) = \ln(x)$	$f(x) = \sqrt{x}$	$f(x) = \ln(u)$
fonction dérivée :	$f'(x) = 0$	$f'(x) = a$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$f'(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$f'(x) = \frac{u'}{u}$

Exercice 1 : f est une fonction, calculer les fonctions dérivées de f suivantes :

a) $f(x)= 3x^2 + \ln(x)$ b) $f(x)=4\sqrt{x} - 2\ln(x) + 1$ c) $f(x)= -2x^3 + \ln(5x^2)$ d) $f(x)=8\ln(x) + 4\ln(-3x^2)$

Exercice 2 : résoudre les inéquations suivantes :

a) $4\ln(2x) > 8$ b) $2\ln(-6x) > -4$ c) $6 - 2\ln(x) > 4$

Exercice 3 : rentabilité maximale d'une chaîne de production

Sur une chaîne de production de pièces métalliques, on cherche à atteindre la rentabilité maximale. On sait que si on produit trop peu de pièces à la minute (cadence faible) on perd de l'argent et si on produit trop de pièces à la minute (cadence élevée), les machines chauffent et s'usent plus rapidement. On a réussi à modélisé la courbe de rentabilité de la chaîne de production par la fonction f :

$$f(x) = 24\ln(x) - 0{,}8x \text{ , définie sur }]0 ; 200]$$

où x désigne le nombre de pièces produites à la minute.

Problématique : combien de pièces par minute faut-il produire pour avoir la rentabilité maximale ?

1) Répondre à la problématique par la méthode de votre choix (autre qu'avec la dérivée). Détaillez et expliquez votre méthode. Critiquez votre résultat.

2) Répondre à la problématique en utilisant la fonction dérivée. Détaillez et expliquez votre méthode. Critiquez votre résultat.